

Olimpiada Națională de Matematică, etapa locală (OLM), Caraș – Severin, 18.02.2023

Clasa a V-a (Subiecte/bareme orientative de rezolvare + notare)

- 1. Problema 1.** Se consideră numerele naturale a, b, c , astfel încât $a > b > c$ și, prin împărțirea lui a la b obținem câtul 10 și restul 9, iar prin împărțirea lui b la c obținem câtul 9 și restul 8.
- a) Arătați că $a + 101 \geq 1000$;
- b) Determinați numerele a, b, c , știind că $a + b + c = 1097$

a) $a = 10b + 9, b > 9, b = 9c + 8, c > 8$	2 p
$a = 90c + 89 \Rightarrow a \geq 90 \cdot 9 + 89 = 899 \Rightarrow a + 101 \geq 1000$	2p
b). Se înlocuiește si se obține relația $100c + 97 = 1097$, de unde $c = 10$	2 p
$\Rightarrow b = 98, a = 989$	1p

Problema 2. Determinați cifrele a, b, c, d în sistemul de numerație zecimal, care verifică relația $\overline{abc} \cdot (a + b + c + d) = 10^4$

Divizorii de 3 cifre ai lui 10^4 sunt 100, 125, 200, 250, 400, 500 și 625	3 p
Se verifică pe rând în fiecare situație și există soluție pt $\overline{abc} = 625$	2 p
Obținem prin calcul $d = 3$ și finalizăm	2 p

Problema 3. Un grup de turiști face o excursie în Delta Dunării și trebuie repartizați în bărci. Dacă repartizăm în fiecare barcă câte 4 persoane, atunci trei persoane vor rămâne pe mal, iar dacă în fiecare barcă repartizăm câte 5 persoane, o barcă va rămâne nefolosită, iar într-una din bărcile folosite vor fi doar 3 persoane. Câți turiști sunt în grup și câte bărci au fost puse la dispoziția acestora?

4	4	4	4	3	2 p
Barca 1	Barca 2	Barca n-1	Barca n	Fara barca	
5	5	3	0	0	
3+4+1=8 - nr persoane care completează n-2 bărci pentru a avea câte 5 persoane în barcă						2p
n=10						1 p

Număr persoane =43	2p
--------------------	----

Problema 4. Arătați că numărul natural $n = 2^{6a} + 2 \cdot 4^{3b} + 8^{2c}$ este pătrat perfect, știind că $c < b < a$, iar a,b,c sunt numere naturale consecutive.

Supliment GM 11/2022

$b = c + 1$ și $a = c + 2$	1p
$n = 2^{6(c+2)} + 2 \cdot 4^{3(c+1)} + 8^{2c}$	1p
$n = 2^{6c+12} + 2 \cdot 2^{6c+6} + 2^{6c}$	1p
$n = 2^{6c} (2^{12} + 2^7 + 1)$	1p
$n = 2^{6c} \cdot 4225$	1p
$n = (2^{3c} \cdot 65)^2$, deci n este pătrat perfect	2p